
Problema 1: Carga de Baterías

La empresa Logistik ha encontrado información más detallada sobre la evolución del estado de las baterías a lo largo del tiempo. Se sabe que la batería pasa por 5 grandes etapas: buen funcionamiento (1), desgaste bajo (2), desgaste intermedio (3), desgaste alto (4), y falla (5).

En un mes la batería pasa al siguiente nivel de desgaste con probabilidad q , y con la probabilidad restante permanece en el mismo nivel. En un mes se espera que una batería acumule 1000 horas de operación con probabilidad r , o 500 horas con la probabilidad restante. Puede suponer que esta acumulación de horas sucede siempre que la batería *inicie* el mes sin falla.

Siempre y cuando la batería esté sin falla, al inicio de cualquier mes, la empresa puede decidir no hacer nada o realizar un mantenimiento a la batería, el cual tiene un costo de L pesos y la batería queda en nivel de buen funcionamiento. El mantenimiento se realiza al inicio del mes, y la batería sigue acumulando las horas de operación luego del mantenimiento. Además, tras realizar el mantenimiento la batería seguirá en buen estado al inicio del siguiente mes.

En caso de que la batería falle, se debe reemplazar por una batería nueva, lo cual tiene un costo de $100L$ pesos. Note que toda batería nueva tiene 0 horas acumuladas de operación. Además, si la batería llega a las 100000 horas de operación también debe reemplazarse por una batería nueva. Cuando se reemplace la batería no hay acumulación de horas de operación.

Bajo estas condiciones, la empresa quiere realizar la planeación de la operación a largo plazo, que se debe traducir en una política óptima de mantenimiento y reemplazo de **una batería**.

- a. Formule un modelo de decisión en el tiempo para apoyar las decisiones de la empresa en el largo plazo. Defina explícitamente todos los componentes de su modelo.

Solución:

Épocas: $E = \{1, 2, \dots\}$ Es un problema de largo plazo, sin época terminal.

Variables de estado:

X_n : nivel de desgaste de la batería al inicio del mes n

Y_n : número de horas de operación acumuladas por la batería al inicio del mes n

$Z_n = (X_n, Y_n)$

Espacios de estados:

- $S_X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $S_Y = \{0, 500, 1000, 1500, \dots, 100000\}$.
- $S_Z = S_X \times S_Y$ (aquí hay algunos estados inalcanzables como $(i, 0)$ con $i \geq 1$, pero creo que podemos no considerarlos en la rúbrica)

Espacio de acciones:

Mantenimiento (M) o Nada (N) al inicio del mes n : $A(i, j) = \{N, M\}$, $i \neq F$, $j \neq 100000$.

Reemplazo (R) al inicio del mes n : $A(i, j) = \{R\}$, $i = F$ ó $j = 100000$.

Costos inmediatos:

$$c(i, a) = \begin{cases} 0, & i \neq F, a = N, \\ L, & i \neq F, a = M, \\ 100L, & i = F \text{ ó } j = 100000, a = R. \end{cases}$$

Probabilidades de transición:

$$P_{((i,j),(i',j'))}^{(N)} = \begin{cases} q * r & i' = i + 1, j' = \min\{j + 1000, 100000\}, i < 5, j < 100000, \\ q * (1 - r) & i' = i + 1, j' = \min\{j + 500, 100000\}, i < 5, j < 100000, \\ (1 - q) * r & i' = i, j' = \min\{j + 1000, 100000\}, i < 5, j < 100000, \\ (1 - q) * (1 - r) & i' = i, j' = \min\{j + 500, 100000\}, i < 5, j < 100000, \\ 0, & \text{dlc.} \end{cases}$$

$$P_{((i,j),(i',j'))}^{(M)} = \begin{cases} r, & i' = 1, j' = \min\{j + 1000, 100000\}, i < 5, j < 100000, \\ (1 - r), & i' = 1, j' = \min\{j + 500, 100000\}, i < 5, j < 100000, \\ 0, & \text{dlc.} \end{cases}$$

$$P_{((i,j),(i',j'))}^{(R)} = \begin{cases} 1, & i' = 1, j' = 0, i = 5, \\ 1, & i' = 1, j' = 0, j = 100000, \\ 0, & \text{dlc.} \end{cases}$$

Problema 2: Carga de Robot

La compañía alemana KUKA Roboter GmbH es uno de los principales fabricantes mundiales de robots industriales. Actualmente está trabajando en el diseño de un robot móvil cuya función será recoger latas vacías en el entorno de una oficina. El robot cuenta con una batería recargable como fuente de energía, la cual puede tener tres niveles de carga: alto, bajo y descargada. Cada 15 minutos el robot debe tomar alguna de las siguientes acciones: buscar activamente latas en la oficina, permanecer inmóvil esperando a que un humano le entregue una lata, o regresar a la base de operaciones para recargar la batería. Asuma que el tiempo que le toma al robot recargar su batería es de 15 minutos.

Se ha estimado que, en promedio, en 15 minutos el robot alcanza a encontrar una lata si decide buscar activamente en la oficina, y 0.5 latas si decide esperar a que un humano le entregue una lata. Si el robot se dedica a la búsqueda activa de latas, dependiendo de su nivel de carga, existe la posibilidad de que la batería se agote por completo; en dado caso, el robot se apaga, y es rescatado por alguien al final de los 15 minutos, que lo lleva a la

base de operaciones para recargar su batería. Si el robot permanece inactivo (esperando a que un humano le entregue una lata), no hay consumo de energía.

Si el nivel de la batería es alto, los diseñadores estiman que el robot puede buscar activamente latas sin que se descargue la batería. En este caso, al final del ciclo, el nivel de la batería será alto con probabilidad de α . Por el contrario, si se inicia la búsqueda activa de latas con un nivel de batería bajo, los experimentos realizados han demostrado que la probabilidad de que el robot se quede sin batería es β . Para realizar el entrenamiento del robot, **se busca maximizar el número de latas que el robot recoge a lo largo del tiempo**. Si al robot se le descarga la batería, este es penalizado con -3 latas.

- a. Plantee un proceso de decisión de Márkov que permita maximizar las recompensas del robot en el largo plazo.

Epocas: $\{1, 2, 3, \dots\}$

X_t : Nivel de carga del robot al inicio de los t-ésimos 15 minutos

$S_X = \{Alto, Bajo, Descargado\}$

Decisiones:

$A\{Descargado\} = \{Recargar\}$

$A\{Bajo\} = \{Buscar, Esperar, Recargar\}$

$A\{Alto\} = \{Buscar, Esperar\}$ o $\{Buscar, Esperar, Recargar\}$, ya que aunque no tenga sentido recargar, la optimización por si sola determinará que no es una opción eficiente.

Probabilidades de transición:

Buscar	Descargada	Baja	Alta
Baja	β	$1 - \beta$	0
Alta	0	$1 - \alpha$	α

Esperar	Descargada	Baja	Alta
Baja	0	1	0
Alta	0	0	1

Recargar	Descargada	Baja	Alta
Descargada	0	0	1
Baja	0	0	1
Alta	0	0	1

Recompensas:

	Buscar	Esperar	Recargar
Alto	1	0.5	0
Bajo	1	0.5	0
Descargado	NA	NA	-3