

Kommentare zu

Eckhart Arnold: Vorlesungsskript. Grundlagen des Entscheidens I, auf: https://eckhartarnold.de/papers/2009_Vorlesung_Entscheidungstheorie/Vorlesung_Entscheidungstheorie.html , pdf-Version heruntergeladen am 20.02.2017, Kapitel 3

Rüdiger Stegen

Die Kommentare beziehen sich das das beigefügte Manuskript von Rüdiger Stegen. Weichmacher wie „meines Erachtens“ habe ich weggelassen, aber bitte in jedem Satz gedanklich ergänzen, damit die Kommentare nicht so arrogant erscheinen.

Seite	Zitat	Kommentar
138/9	(die 3 Phänomene)	Manuskript Kapitel 5, insbesondere Kapitel 5.6, zeigen, dass es nur eine Wahrscheinlichkeit gibt. Eine objektive Wahrscheinlichkeit gibt es nicht, da auch die Wahrscheinlichkeit, eine 6 zu würfeln, von unterschiedlichen Personen unterschiedlich bewertet werden kann (ausführlich siehe insbesondere Kapitel 5.7.3 und 8.2). Auch in diesem Fall nimmt man eine relative Häufigkeit als Wahrscheinlichkeit = Laplacesche Wahrscheinlichkeit, nämlich die relative Häufigkeit der „6“ unter den Augenzahlen / Würfel-flächen.
140	(Wahrscheinlichkeit von Aussagen <-> Ereignissen)	„Aussagen“ ist allgemeiner, denn es gibt auch Aussagen, die sich nicht auf Ereignisse beziehen. Und umgangssprachlich geht es immer um Aussagen, aber nicht immer um Ereignisse („ich glaube eher nicht, dass Statistik ein interessantes Fach ist“). Deshalb beruht alles in meinem Kapitel 5 auf Aussagen und erst in Kapitel 6 wird der Sonderfall „Ereignisse“ betrachtet. Siehe auch Kapitel 8.4.
	Die Wahrscheinlichkeitsrechnung wurde 1993 ...	Das war 1933.
	Seitdem beruht die gesamte Wahrscheinlichkeitsrechnung auf folgenden drei (harmlos wirkenden) Axiomen	Die mathematische Theorie beruht auf den Axiomen von Kolmogoroff, nicht aber die praktische Verwendung. Was in diesem Fall Mathematik und Praxis miteinander zu tun haben: siehe Kapitel 8.1. Die Axiome von Kolmogoroff sind irreführend (siehe Vorwort und Kapitel 8.1).
141	Es ist bemerkenswert, dass man ... ableiten lassen	Innerhalb der Mathematik ist das nicht bemerkenswert, da diese Axiome die Grundlage für eine Theorie sind: nimmt man andere Axiome, so erhält man einfach eine andere Theorie, sofern die Axiome widerspruchsfrei sind. Was das aber mit der praktischen Wahrscheinlichkeit = Wahrscheinlichkeit bei praktischen Fragestellungen zu tun hat, bleibt offen. Näheres siehe Kapitel 8.1
141ff	Corrolarien	http://www.duden.de/rechtschreibung/Korollarium
142	drüfte	dürfte
143	unter der Bedingungen	unter der Bedingung

Seite	Zitat	Kommentar
	Mit $P(p q)$ bezeichnen wir die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses p unter der Bedingungen, dass das Ereignis q eingetreten ist.	Kann missverständlich sein, da es keine zeitliche Abfolge „erst q , dann p “ gibt. p und q beziehen sich auf denselben Prozess, der einmal abläuft und damit passieren die beiden Ereignisse gleichzeitig. Näheres siehe <ul style="list-style-type: none"> • (5.9.2-01), (5.9.2-02) mit den Erläuterungen • (6.3.-3), Aussage (8) • Beispiel: (6.3.-6)
143	Für den Fall, dass $P(q) = 0$, setzt man üblicherweise $P(p q) := 0$.	Diese Festsetzung führt zu Widersprüchen, siehe Hinweis (5.9.2-03)
144	Um nun aber die oben aufgeführte Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit noch etwas besser zu motivieren, ...	Eine zwingendere Motivation siehe Erläuterungen im Anschluss an (5.9.2-02)
158	Während die mathematische Theorie der Wahrscheinlichkeiten spätestens seit der Axiomatisierung durch Kolmogorow in ihren Grundlagen feststeht, ...	Was genau hat er denn axiomatisiert? Diese Formulierung ist missverständlich, da das reale Phänomen, das axiomatisiert wurde, nicht klar erläutert wird. Kolmogoroff hat nicht die Wahrscheinlichkeit axiomatisiert, sondern er hat irgendetwas axiomatisiert und dabei dann in seinen Axiomen das Wort „Wahrscheinlichkeit“ benutzt (und das ist nur ein Name, nichts weiter). Er hätte stattdessen auch das Wort „Blubb“ nehmen können. Noch besser: er hat Axiome aufgestellt, in denen das Wort Wahrscheinlichkeit vorkommt. Der Kolmogoroffschen „Wahrscheinlichkeit“ entspricht der „relative Anteil“ in der Realität, der dann in bestimmten Fällen in einem zweiten Schritt, der nichts mehr mit Mathematik zu tun hat, als Wahrscheinlichkeit interpretiert werden kann. Ausführlich siehe Kapitel 8.1
	die philosophische Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	Das ist mir zu abgehoben. Es geht schlicht und einfach darum, was für jeden Menschen umgangssprachlich der Begriff „Wahrscheinlichkeit“ bedeutet. Aber natürlich können philosophische Betrachtungen dabei hilfreich sein! Die Lösung dieser Frage finden Sie in Kapitel 5.1 – und dann weiter ausgebaut in den folgenden Kapiteln. Und viele Beispiele in den Kapiteln 5.3 und 5.10
	grundsätzlich drei unterschiedliche Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	In Kapitel 5 wird gezeigt, dass es nur eine Wahrscheinlichkeit gibt, die sich aus mehreren Teilen zusammensetzen kann. Rüssel, Beine und Ohren sind nicht drei verschiedene Interpretationen von Elefant, sondern Teilaspekte des einen Begriffs Elefant.
	Die Wahrscheinlichkeit bezeichnet die Häufigkeit des	Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit sind auch in diesem Kontext zwei unterschiedliche Begriffe. In diesem Zusammenhang kann man nur sagen: man kann eine relative Häufigkeit nehmen, um

Seite	Zitat	Kommentar
	Vorkommens eines Merkmals in einer Gesamtheit.	die Wahrscheinlichkeit in einer bestimmten Situation auszudrücken. Diese Situation ist üblicherweise die Auswahl (Kapitel 5.7.3), die Erfahrung (Kapitel 5.7.4) oder die Hochrechnung (Kapitel 5.7.5). Also erst die relative Häufigkeit ermitteln, dann in einem ganz bestimmten Kontext in einem zweiten Schritt diese relative Häufigkeit als Wahrscheinlichkeit interpretieren.
	Glaubensgrad (subjektive Wahrscheinlichkeit)	Jede praktische Wahrscheinlichkeit drückt den Glaubensgrad aus. Siehe Definition der Wahrscheinlichkeit in Kapitel 5.1 / Kapitel 5.6.
	Propensitäten (objektive Wahrscheinlichkeit)	Objektive Wahrscheinlichkeiten gibt es nicht, Neuschnee verspürt keine Neigungen (krach, bumm, schepper). Objektive Größen fließen (neben subjektiven Einflussfaktoren) in die Bestimmung einer Wahrscheinlichkeit ein, siehe Kapitel 5.8
159	Da die mathematischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie einigermaßen feststehen, können wir vereinbaren solche Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs als gültig zu erachten, von denen wir zeigen können, dass sie die kolmogorowschen Axiome erfüllen.	Oben schreiben Sie: Die Kolmogoroffschen Axiome sind eine Axiomatisierung der Wahrscheinlichkeit, d. h., erst war die Wahrscheinlichkeit da, dann wurde sie axiomatisiert (und so war es tatsächlich auch!). Jetzt drehen Sie die Logik um: alles, was den Axiomen entspricht, nennt man Wahrscheinlichkeit, also auch Kuchenanteile (siehe mein Beispiel in Kapitel 8.1). Meines Erachtens muss man sich für eine der beiden Logiken entscheiden und das ist die erste Logik zusammen mit den Erläuterungen in Kapitel 8.1. In meinem Manuskript gehe ich folgenden Weg: Den umgangssprachlichen Begriff Wahrscheinlichkeit gibt es schon seit Jahrhunderten. Was das genau bedeutet, ist in Kapitel 5.1ff beschrieben. Auf Basis der umgangssprachlichen Definition wird dann die Definition der praktischen Wahrscheinlichkeit plausibilisiert und daraus Rechenregeln abgeleitet. Irgendwelche Axiome werden dabei nicht benötigt. Ich benötige in meinem Manuskript an keiner Stelle irgendwelche Axiome. Und schließlich wird erst zum Schluss in Kapitel 8.1 der Bezug zu Kolmogoroff hergestellt.
	Man kann natürlich weiterhin die Frage stellen, ...	Sehr gut! Damit habe ich mich auch z. B. bei der Subadditivität (Kapitel 5.9.1) beschäftigt
	Klassische Wahrscheinlichkeit	In der Gleichung für die klassische Wahrscheinlichkeit steht rechts einfach nur eine relative Häufigkeit, das sollte man erwähnen (erstaunlicherweise wird das in (fast) keinem Statistikbuch erwähnt). Ob man diese relative Häufigkeit dann als Wahrscheinlichkeit interpretiert, hängt von Kontext ab. Wenn im Bundestag 61% der Abgeordneten für ein Gesetz stimmen, dann ist das eine relative Häufigkeit und keine Wahrscheinlichkeit. Zu einer Wahrscheinlichkeit wird es erst, wenn man fragt: „wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Abgeordneter mit ja

Seite	Zitat	Kommentar
		gestimmt hat?“ und das ist eine etwas realitätsfremde Fragestellung.
161	... was sich aber immer auch als empirisch falsch herausstellen kann.	Sehr gut!
162	Fall 2	Ihr Hinweis ist vollkommen richtig. Man kann das so lösen, indem man die Münzen als unterschiedlich definiert. Oder: Statt mit zwei Münzen einmal kann man gleichwertig mit einer Münze zweimal werfen und dann 1. und 2. Wurf unterscheiden – was ja auch naheliegend ist. ... und außerdem gibt es in der Realität beim Münzwurf 3 mögliche Ergebnisse, siehe (z. B. Youtube): „Münzwurf von Rotterdam“ und analog beim Würfeln 7 mögliche Ergebnisse (siehe Kapitel 8.2)
162/163	Fall 3	Siehe Beispiel (5.7.3.-1)
163	Häufigkeitstheorie	<ul style="list-style-type: none"> • Hier geht es wie bei der Laplaceschen Definition um relative Häufigkeiten, nur eben um andere relative Häufigkeiten • Auch hier geht es bei der Bestimmung der Wahrscheinlichkeit um einen Einzelfall: „Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es beim nächsten Flug von Frankfurt nach New York zu einem Unfall kommt?“. Wenn der Flieger gelandet / abgestürzt ist, dann stellt sich für den nächsten Flug Frankfurt -> New York wieder dieselbe Frage und dann hat man zwei Möglichkeiten: nimmt man die alte Wahrscheinlichkeit oder berücksichtigt man den erfolgreichen Flug / den Absturz beim letzten Flug? In jedem Falle geht es immer um einen Einzelfall und die Frage, welche Erfahrungswerte man berücksichtigt. Irgendwelche Grenzwertbetrachtungen werden der Realität nicht gerecht. Näheres dazu siehe Kapitel (5.7.4)
164	Gesetz der Stabilität der statistischen Häufigkeiten	Das Gesetz ist ein theoretisches Gedankenexperiment, da die Voraussetzungen in der Realität nie erfüllt sind, siehe Kapitel (5.7.4), insbesondere Hinweis (5.7.4.-8)
	Ab welcher Zahl von Beobachtungen die relative Häufigkeit bei einem Massenphänomen hinreichend stabil ist, ...	Dieses Prinzip der Stabilisierung klappt manchmal und manchmal nicht. Wie oft sind Voraussagen gescheitert, obwohl sich irgendetwas stabilisiert hat? Besser und zuverlässiger ist meines Erachtens die Methode aus Kapitel (5.7.4), in der nur das nächste gleichartige Ereignis betrachtet wird. Aber selbst in diesen Fällen kann es zu einer plötzlichen nicht vorhergesehenen Änderung kommen, siehe Bankenkrise oder die https://de.wikipedia.org/wiki/Truthahn-Illusion
165	Häufigkeitstheorie	Mit dieser Theorie kann ich unter praktischen Gesichtspunkten nichts anfangen. Es wäre sehr hilfreich, ein konkretes praktisches reales Beispiel zu haben, bei dem man bei dieser Häufigkeitstheorie zu einem plausiblen Ergebnis kommt. Meines Erachtens wird in meinem Kapitel (5.7.4) wesentlicher einfacher alles Wesentliche beschrieben, was man bei häufigen, ähnlichen Ereignissen zu berücksichtigen hat oder sehen Sie das anders?

Seite	Zitat	Kommentar
	Häufigkeitstheorie	<p>Eine Frage: wie würden Sie Beispiel (5.8.-02) behandeln?</p> <p>Konkret: Sie wollen würfeln und da Sie keinen Grund für irgendwelche Besonderheiten haben, nehmen Sie an (bei mir: „a-priori“; siehe Beispiel (5.7.3.-2)): $P_1(\{6\}) = \frac{1}{6}$ Andererseits ist bei den letzten 60 Würfeln 12-mal die 6 vorgekommen, so dass Sie aus Erfahrung nehmen (bei mir: „a-posteriori“; siehe Beispiel (5.7.4.-1)): $P_2(\{6\}) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ Weitere Einschätzungen dazu gibt es nicht, also keine Expertenmeinungen oder Wetten oder ... Gemäß Kapitel 5.8 nimmt man das gewichtete Mittel dieser beiden Werte, wobei die Gewichte subjektiv sind, so dass sich in jedem Fall ergibt: $\frac{1}{6} \leq P(\{6\}) \leq \frac{1}{5}$, also z. B. $P(\{6\}) = \frac{11}{60}$. ➔ Welche Wahrscheinlichkeit würden Sie nehmen? Dies ist ein einfaches Beispiel dafür, dass Sie bei einer Fragestellung verschiedene Wahrscheinlichkeiten ermitteln können – aber am Ende müssen Sie eine Zahl nennen. Ich kenne kein Buch, in dem diese triviale Fragestellung behandelt wird.</p>
171	Dann muss er, um konsequent zu sein, auch zugleich der Ansicht sein, dass ein Sieg für Bayern München zu 10% wahrscheinlich ist.	Besser: die Wahrscheinlichkeit, dass Nürnberg nicht gegen Bayern gewinnt (=Unentschieden oder Sieg von Bayern), beträgt 10%.
172ff	Ramsey-De Finetti Theorem	<p>Guter Hinweis, so weit war ich noch nicht vorgedrungen. Bei mir läuft das noch eher etwas hausbacken und handgestrickt auf niedrigem Niveau ... Aber es passt immerhin zu dem, was ich geschrieben habe.</p>